Análisis de posición de mecanismos planos por métodos gráficos y analíticos

EQUIPO ROCKEFELLER

Análisis de Posición de Mecanismos Planos.

En esta sección se muestra cómo resolver el análisis de posición del mecanismo plano. Posteriormente, se mostrar ‘a que el análisis de posición del mecanismo plano involucra la solución de un sistema de ecuaciones no lineales, un problema complicado, pero que resuelto gráficamente es casi trivial. Considere el mecanismo plano de seis barras mostrado en la figura 1. La figura muestra las longitudes de los eslabones y la escala a la cual se dibuja el mecanismo.

1. El primer paso consiste en localizar el punto O_2 y trazar las dos líneas perpendiculares, una horizontal y otra vertical, que partiendo de O_2, permiten localizar el punto O_6 y la línea sobre la cual está localizado el punto C.

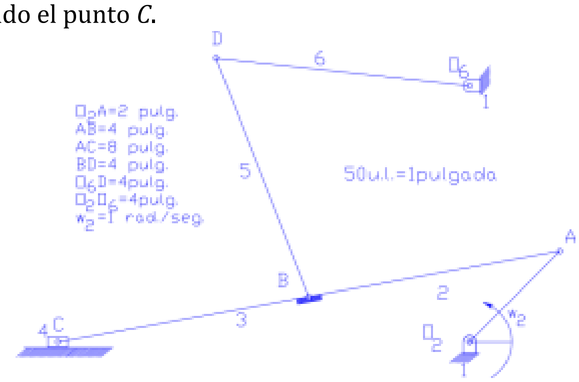

Figure 1: Mecanismo Plano de Seis Barras.

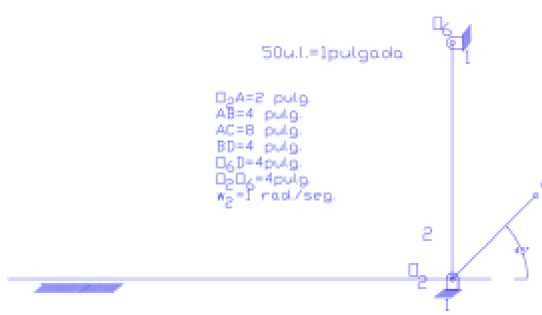

Figure 2: Segundo Paso del Análisis de Posición de un Mecanismo Plano de Seis Barras.

2. El segundo paso consiste en localizar el punto A trazando una línea que pasa por O_2 y con un Angulo de 45° con respecto al semieje positivo X, vea la figura 2.

3. El tercer paso consiste en determinar el punto C, localizando la intersección de la línea horizontal que pasa por el punto O_2 y un circulo con centro en el punto A y radio igual a la

Longitud $\overline{AC}$. Es evidente que la solución indicada en la parte derecha de la figura 3 no es de interés en este problema. Además, es posible determinar la localización del punto B, situado a la mitad del segmento AC.

4. El paso final del análisis de posición del mecanismo consiste en la determinación del punto, localizado en la intersección de dos círculos. El primero de ellos con centro en el punto B y radio igual a BD y el segundo con centro en el punto O_6 y radio $\overline{O_6D}$. Es evidente que la solución indicada con línea punteada, en la figura 4, no es la deseada.

El resultado de este análisis de posición es el dibujo del mecanismo mostrado en la figura 1. Este dibujo es el punto de partida para realizar el análisis de velocidad del mecanismo.

MÉTODO GRÁFICO

Se pueden determinar algunas incógnitas basándonos en la configuración geométrica del mecanismo en el instante presentado.

Introducción.- El método gráfico se basa en la medición directa de magnitudes y ángulos del mecanismo dada la posición en el instante, con ayuda de herramientas geométricas.
$R_B = R_A + R_{B/A}$ es una ecuación de lazo, los signos de las coordenadas se definen visualmente.
En el análisis gráfico se mide manualmente las longitudes de vectores posición R_{AD} y R_{AB} de puntos desde el origen del sistema de coordenadas. De la misma manera se miden los ángulos Φ_2, Φ_3
Midiendo de la figura 3, se obtiene:
$\Phi_2 = 92.77°$
$\Phi_3 = -13.53°$
$R_{AD} = 1.688\ m$
$R_{AB} = 0.461\ m$
Es importante señalar, que este método tiene un error considerable en los resultados obtenidos, debido a que la obtención de la información fue de manera visual y depende de la habilidad que se tenga con la

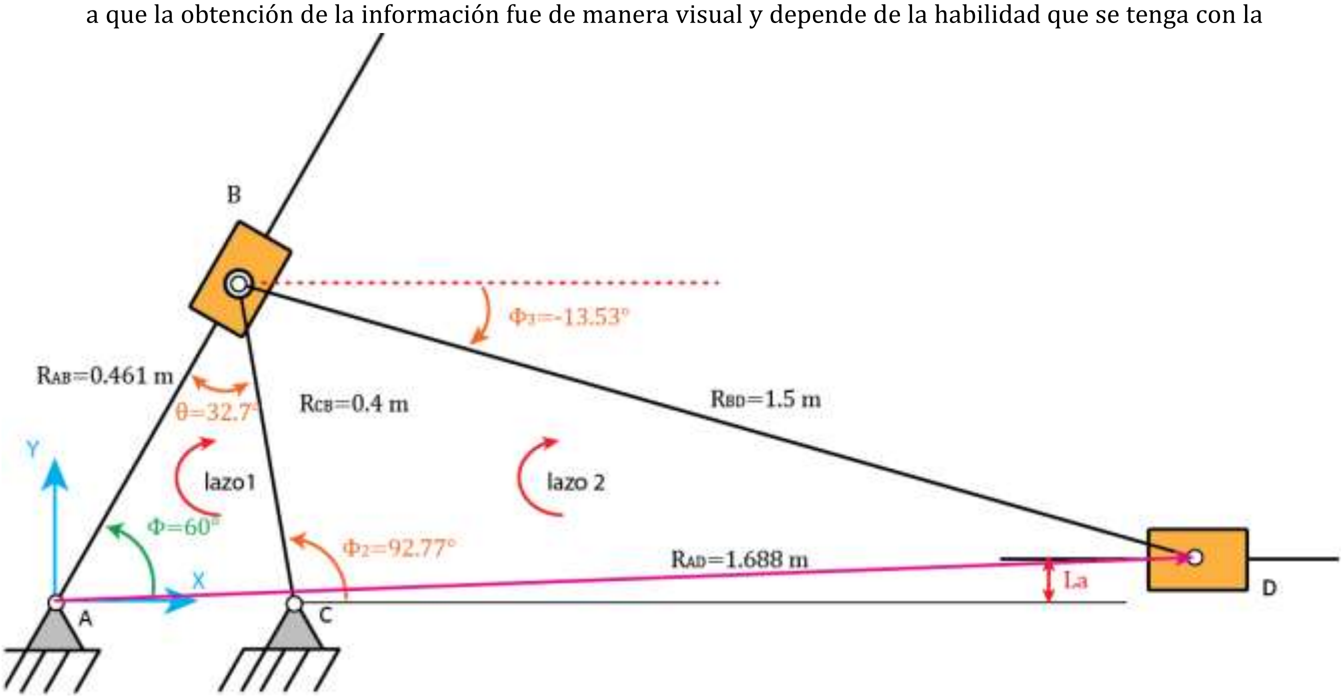

Figura 3. Método Gráfico

regla. Como herramienta alternativa se puede utilizar algún software de CAD, o GeoGebra® para trazarlo y obtener valores más exactos.

Ecuaciones Posición (calculándolos por leyes de triángulos)
Ecuación de lazo 1: $R_{AB} = R_{AC} + R_{BC}$
Por ley de Senos

$$\frac{R_{CB}}{\text{sen}\varphi} = \frac{R_{AC}}{\text{sen}\theta}$$
$$\theta = 32.769°$$

Y por ángulos suplementarios

$$\Phi 2 = \theta + \Phi$$
$$\Phi 2 = 92.7699°$$
$$\Phi 3 = -13.475°$$

Por ley de Cosenos

$$R_{AB} = \sqrt{{R_{CB}}^2 + {R_{AC}}^2 - 2R_{CB}R_{AC}\cos(180 - \Phi_2)}$$
$$R_{AB} = 0.461 \text{ m}$$

Dado que

$$R_{BD} = 1.5 \text{ m}$$
$$R_D = R_{AB} + R_{BD}$$

En magnitud

$$R_D = 1.689 \text{ m}$$

MÉTODO ANALITICO

Resumen – En el artículo se propone un nuevo método analítico para el análisis cinemático de mecanismos articulados planos, que consiste en la combinación de los métodos del álgebra vectorial y del método de L.V. Assur, el cual se basa en la construcción de los mecanismos articulados a partir de grupos estructurales y de mecanismos de primera clase. Se muestra el modo de obtención de las ecuaciones para el análisis cinemático de los mecanismos de primera clase y de los grupos estructurales de segunda clase de tercera variedad. El enfoque propuesto simplifica mucho el análisis de mecanismos de cualquier grado de la complejidad ya que esto no requiere la formulación de las ecuaciones para el mecanismo completo. El mecanismo se presenta compuesto de bloques que tienen en su estructura mecanismos de primera clase, grupos estructurales y el conjunto de ecuaciones que los acompañan. Para mostrar el método se toman, como ejemplo, mecanismos planos de cuatro eslabones. El método está dirigido a los profesores que imparten clases de Teoría de Mecanismos y Máquinas, a los ingenieros diseñadores de sistemas mecánicos y a los ingenieros que desarrollan SOFTWARE.

Para este método es importante recordar el concepto de vector, debido a que representaremos a los eslabones físicos a través de vectores de posición. Usaremos la representación de Euler 1843, en los sistemas de coordenadas polares y coordenadas cartesianas:

$$R = r\, e^{i\theta} = (cos\theta + isen\theta),$$

Donde: r denota la magnitud y $e^{i\theta}$ su dirección. Nota: En la figura el eje: y=iy.

Para facilitar la obtención de las longitudes y ángulos incógnita del mecanismo utilizando el método analítico, se utiliza el desacoplo cinemático, que consiste en separar en dos lazos el mecanismo a analizar, para plantear las ecuaciones vectoriales de lazo, respectivamente.

Primero se analizará el lazo I, el cual se muestra en la Figura 4.

$$R_{AB} = R_{AC} + R_{CB} \qquad \textbf{(2.1)}$$
$$R_{AC} = R_{AB} - R_{CB} \qquad \textbf{(2.2)}$$

Dónde, en términos de números complejos:

$$R_{AB} = r_{AB}e^{i\Phi}$$
$$R_{CB} = r_{CB}e^{i\Phi 2}$$
$$R_{AC} = \{0.25,0\}\ \mathrm{m} \quad \text{(Dato)}$$

En este caso el único ángulo conocido es $\Phi = 60°$, por lo que es necesario encontrar el valor del ángulo Φ_2, y la longitud R_{AB} que no es constante ya que siempre varía. Desarrollando la ecuación 2.1 se tiene

$$R_{AC} = R_{AB} - R_{CB}$$
$$R_{AC} = r_{AB}e^{i\Phi} - r_{CB}e^{i\Phi 2}$$

(2.3)

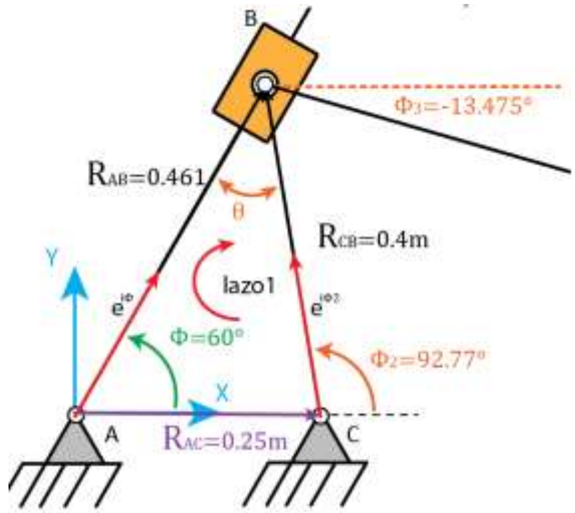

Figura 4. Lazo I

Utilizando la representación de Euler, se obtienen los siguientes términos:

$$e^{i\Phi} = \cos\Phi + i\,\mathrm{sen}\,\Phi \qquad \textbf{(2.4)}$$
$$e^{i\Phi 2} = \cos\Phi_2 + i\,\mathrm{sen}\,\Phi_2 \qquad \textbf{(2.5)}$$

Sustituyendo las ecuaciones (2.4) y (2.5) en (2.3), se obtiene la ecuación de lazo, en coordenadas cartesianas, esto es; para el lazo I.

$$r_{AC} = r_{AB}\cos(\Phi) + ir_{AB}\,\mathrm{sen}(\Phi) - r_{CB}\cos(\Phi_2) - ir_{CB}\,\mathrm{sen}(\Phi_2)$$

Separando en componentes reales e imaginarias:

$$0.25 = r_{AB}\cos(\Phi) - r_{CB}\cos(\Phi_2)$$
$$0 = r_{AB}\,\mathrm{sen}(\Phi) - r_{CB}\,\mathrm{sen}(\Phi_2)$$